

дефекта стабильности таких множеств и моделированию на их основе движений управляемой системы. В частности, для целей моделирования решений дифференциальных игр на плоскости конструируются трехмерные множества, границы которых «склеиваются» из дуг окружностей. Здесь отметим, что вопросы аппроксимации плоских компактных множеств наборами кругов изучался в работе [4]. Там же рассматривалась проблема построения наилучших сетей на плоскости, предложены алгоритмы построения обобщения чебышевского центра множества на случай нескольких точек.

Результаты исследования иллюстрируются на примерах конкретных дифференциальных игр.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Ушаков В.Н., Латушкин Я.А. Дефект стабильности множеств в игровых задачах управления // Тр. Ин-та математики и механики. Екатеринбург, 2006. Т. 12, № 2 С. 178-194.
3. Ушаков В.Н., Успенский А.А. К свойству стабильности в дифференциальных играх // Доклады Академии наук. М. 2012. Т. 443. № 5 С. 549-554.
4. Лебедев П.Д., Ушаков А.В. Аппроксимация множеств на плоскости оптимальными // Автоматика и телемеханика. 2012. № 3 С. 79-90.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при финансовой поддержке Программы Президиума РАН «Математическая теория управления» при финансовой поддержке УрО РАН (проект 12-П-1-1002), гранта РФФИ №11-01-00427-а, гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ №НШ-5927.2012.1.

Uspenskii A.A., Lebedev P.D., Ushakov A.V. DIFFERENTIAL GAMES OF APPROACHING AND DEVIATION MODELING ON THE CLASS OF SETS WITH NONZERO STABILITY DEFECT

Differential game of approaching and deviation with closed target in «soft» statement is considered. The «soft» statement means such statement (in context of the game) that proposes not exactly moving of conflict controlled system upon the target set, but moving its motion into some neighborhood of the set. The solution method is based on notion of the stability defect of the set. Classes of sets with different geometry and differential properties of the boarder are studied. Stability defect for these sets are calculated, and control system motions are modeled. Results of the research are illustrated with the examples of some differential games.

Key words: differential game; stability defect; strategy; Chebyshev center.

УДК 519.857

АЛЬТЕРНИРОВАННЫЙ ИНТЕГРАЛ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР

© В.И. Ухоботов

Ключевые слова: дифференциальная игра; управление.

Рассматриваются дифференциальные игры с простым движением, в которых вектограмма каждого из игроков определена с помощью гомотетичного растяжения образа заданной выпуклозначной функции. Изучается задача о построении альтернированного интеграла Л.С.Понтрягина в случае выпуклого терминального множества.

Линейная дифференциальная игра с фиксированным моментом окончания p с помощью линейной замены переменных может быть сведена [1] к игре с простым движением

$$\dot{z} = -u + v, \quad z \in \mathbb{R}^n; \quad u \in U(t), \quad v \in V(t), \quad t \leq p.$$

Первый игрок, выбирая управление u , стремится вывести точку $z(p)$ на заданное выпуклое замкнутое множество Z . Второй игрок, выбирая управление v , стремится не допустить попадание точки $z(p)$ на множество Z .

Одним из методов решения таких дифференциальных игр является второй прямой метод Л.С. Понтрягина [2]. Он базируется на альтернированном интеграле

$$W(t) = \int_{Z,t}^p \left(U(r)^* V(r) \right) dr, \quad t < p.$$

Здесь $A^*B = \{z \in \mathbb{R}^n : z + B \subset A\}$ — геометрическая разность двух множеств A и B из пространства $\mathbb{R}^n$.

Если множество Z является замкнутым, то [2] выполнено равенство

$$W(t) = \int_{W(\tau),t}^{\tau} \left(U(r)^* V(r) \right) dr, \quad t \leq \tau \leq p.$$

Отметим, что альтернированный интеграл при выпуклом замкнутом множестве Z является выпуклым и замкнутым множеством. Рассмотрим случай, когда

$$U(t) = a(t)P(t), \quad V(t) = b(t)P(t).$$

Здесь скалярные функции $a(t) \geq 0$, $b(t) \geq 0$ являются измеримыми. При любом t множество $P(t)$ является выпуклым компактом в $\mathbb{R}^n$. Предполагаем, что выполнены условия существования интегралов [3] от многозначных функций $U(t)$ и $V(t)$.

У т в е р ж д е н и е 1. Пусть $a(r) \geq b(r)$ при $t \leq r \leq q$. Тогда для любого выпуклого замкнутого множества $Z \subset \mathbb{R}^n$ выполнено равенство

$$\int_{Z,t}^q \left(a(r)P(r)^* b(r)P(r) \right) dr = Z + \int_t^q \left(a(r) - b(r) \right) P(r) dr.$$

У т в е р ж д е н и е 2. Пусть $b(r) \geq a(r)$ при $t \leq r \leq q$. Тогда для любого выпуклого замкнутого множества $Z \subset \mathbb{R}^n$ выполнено равенство

$$\int_{Z,t}^q \left(a(r)P(r)^* b(r)P(r) \right) dr = Z^* - \int_t^q \left(b(r) - a(r) \right) P(r) dr.$$

Допустим, что можно построить точки $r_{i+1} < r_i$, $i \geq 1$, $r_0 = p$ такие, что на каждом отрезке $[r_{i+1}, r_i]$ разность $a(r) - b(r)$ не меняет знак. Так как альтернированный интеграл является выпуклым и замкнутым множеством, то используя утверждения 1 и 2, можем построить альтернированный интеграл при всех $t \leq p$.

В работах [4], [5] был рассмотрен случай, когда $P(t) = P = \text{const}$, где P — выпуклый компакт. В этом случае альтернированный интеграл имеет вид

$$W(t) = Z^* \beta(t)P + \alpha(t)P.$$

Здесь

$$\alpha(t) = \max_{t \leq \tau \leq p} \int_t^{\tau} \left(a(r) - b(r) \right) dr,$$

$$\beta(t) = \max_{t \leq \tau \leq p} \int_{\tau}^p (b(r) - a(r)) dr.$$

Эти формулы были использованы в работе [6] при рассмотрении игры

$$\dot{z} = -a(t)u + b(t)v, \quad \|u\| \leq 1, \quad \|v\| \leq 1,$$

$$z(p) \in Z$$

с интегральной платой

$$\int_{t_0}^p g(r, \|u(r)\|) dr \rightarrow \min,$$

где $g(t, \varphi)$ при каждом $t \leq p$ выпукла по $\varphi \in [0, 1]$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Понтрягин Л.С. Линейные дифференциальные игры преследования // Мат. сб. Новая серия. 1980. Т. 112. № 3. С. 307-330.
3. Благодатских В.И., Филиппов А.Ф. Дифференциальные включения и оптимальное управление // Тр. МИАН СССР. 1985. Т. 169. С. 195-252.
4. Ухоботов В.И. Однотипные дифференциальные игры с выпуклой целью // Тр. ИММ УрО РАН. 2010. Т. 16. № 5. С. 196-204.
5. Ухоботов В.И. Однотипные дифференциальные игры // Вестник ТГУ. Серия Естественные и технические науки. 2007. Т. 12. Вып. 4. С. 540-541.
6. Ухоботов В.И., Гуцин Д.В. Однотипная задача управления с выпуклой целью при наличии помех // Вестник ЮУрГУ. Математика. Механика. Физика. 2012. Вып. 6. № 11 (270). С. 24-28.

Ukhobotov V.I. ALTERNATING INTEGRAL FOR A DIFFERENTIAL GAMES

The differential game with simple movement where each player vektogram determined by homothetic stretching of the image of the given convex-valued functions is considered. The problem of constructing a Pontryagin alternating integral in the case of a convex terminal set is researched.

Key words: differential game; control.

УДК 517.911, 517.968

ПРИНЦИП ПЛОТНОСТИ ДЛЯ ИМПУЛЬСНОГО ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ И НЕВЫПУКЛОЙ ПО ПЕРЕКЛЮЧЕНИЮ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

© О.В. Филиппова

Ключевые слова: функционально-дифференциальное включение; обобщенное решение; обобщенное квазирешение; априорная ограниченность.

В работе вводятся понятия обобщенного решения и обобщенного квазирешения задачи Коши для импульсного функционально-дифференциального включения с невыпуклой по переключению правой частью, с импульсными воздействиями и запаздыванием. Сформулировано свойство, когда множество обобщенных решений задачи Коши плотно во множестве решений «овыпукленного» включения, которое называют принципом плотности.